Aproximarea prin lipsă în mulțimea R

În viața cotidiană întâlnim *eroarea relativă limită.*
Am întâlnit cu toții, pe diverse produse ambalate (zahăr, ulei, orez, cafea etc.) scris: conținut net *A ± x%*
Exemplu: Pe un pachet de zahăr scrie: *conținut 900 g ± 3%.* Aceasta înseamnă că în acel pachet cantitatea de zahăr existența este de cel putin 873 g (adică 900 g - 3°/o din 900 g) și cel mult 927 g (adică 900 g + 3% din 900 g).

Ordinul de marime al unei aproximări pe care suntem nevoiți să o facem este dictat, în general, de ,,bunul simț"
De exemplu:
- pentru timpul în care un atlet parcurge 100 m, aproximarea este de ordinul sutimilor de secundă
- aproximarea datei de naștere a lui Euclid nu mai este de ordinul secundelor, ci de ordinul anilor (aproximativ 350 î.e.n.);
- aproximarea perioadei în care au trăit dinozaurii este de ordinul milioanelor de ani.

(Dinozaurii au trăit acum aproximativ 270 miloane de ani și au dispărut cu aproximativ 60 milioane de ani înainte de apariția omului pe Pământ.)

În practică, aproape niciodată nu se cunosc valorile exacte ale mărimilor. Orice instrument sau aparat nu arată cu exactitate absolută mărimile.
În general, o mărime se reprezintă printr o fracție zecimală infinită, dar un aparat nu poate indica, practic, decât un număr finit dintre zecimale, adică o valoare aproximativă a mărimii.

Fie a un număr real oarecare reprezentat sub formă de fracție zecimală infinită.

Aproximările (valorile aproximative) **zecimale prin lipsă** ale numărului $\boldsymbol{a}$ se definesc ca fiind numerele care **se obțin** prin **înlăturarea succesivă** a tuturor cifrelor sale care stau după virgulă, începând cu prima cifră, apoi cu cea de-a doua, după aceea cu cea de-a treia ș.a.m.d.

De exemplu, pentru numărul *a* = 2,173256789...

aproximările zecimale prin lipsă sunt:
2 este aproximarea prin lipsă cu o eroare mai mică decât 1
2,1 este aproximarea prin lipsă cu o eroare mai mică decât 10^{-1}(aproximare la 1 zecime)
2,17 este aproximarea prin lipsă cu o eroare mai mică decât 10^{-2}(aproximare la 1 sutime)
2,173 este aproximarea prin lipsă cu o eroare mai mică decât 10^{-3}(aproximare la 1 miime)
2,1732 este aproximarea prin lipsă cu o eroare mai mică decât 10^{-4}(aproximare la 1 zecime de miime)
2,17325 este aproximarea prin lipsă cu o eroare mai mică decât 10^{-5}(aproximare la 1 sutime de miime)
...

Aproximarea prin adaos în mulțimea R

Dacă la **ultimul număr** de după virgulă al fiecărei aproximări zecimale prin lipsă a numărului a **se adaugă 1**, atunci **se obțin aproximările** (valorile aproximative) zecimale **prin adaos** ale numărului a.

De exemplu, pentru numărul *a* = 2,173256789...

aproximările zecimale prin adaos sunt:
2+1=3 este aproximarea prin adaos cu o eroare mai mică decât 1
2,1+0,1=2,2 este aproximarea prin adaos cu o eroare mai mică decât 10^{-1}(aproximare la 1 zecime)
2,17+0,01=2,18 este aproximarea prin adaos cu o eroare mai mică decât 10^{-2}(aproximare la 1 sutime)
2,173+0,001=2,174 este aproximarea prin adaos cu o eroare mai mică decât 10^{-3}(aproximare la 1 miime)
2,1732+0,0001=2,1734 este aproximarea prin adaos cu o eroare mai mică decât 10^{-4}(aproximare la 1 zecime de miime)
2,17325+0,00001=2,17326 este aproximarea prin adaos cu o eroare mai mică decât 10^{-5}(aproximare la 1 sutime de miime)
...

Să observăm că au loc inegalitățile:

$2 \leq a < 3$	$2,1 \leq a < 2,2$	$2,17 \leq a < 2,18$	$2,173 \leq a < 2,174$
eroare mai mică decât 1	eroare mai mică decât 0,1	eroare mai mică decât 0,01	eroare mai mică decât 0,001