

**Examenul de bacalaureat 2011**  
**Proba E. c)**  
**Proba scrisă la MATEMATICĂ**

**Varianta 2**

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științele naturii.

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p 1. Într-o progresie aritmetică  $(a_n)_{n \geq 1}$  se cunosc  $a_2 = 6$  și  $a_3 = 5$ . Calculați  $a_6$ .
- 5p 2. Determinați soluțiile întregi ale inecuației  $2x^2 - x - 3 \leq 0$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_3(x+2) - \log_3(x-4) = 1$ .
- 5p 4. După o scumpire cu 5%, prețul unui produs crește cu 12 lei. Calculați prețul produsului înainte de scumpire.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(1,4)$  și  $B(5,0)$ . Determinați ecuația mediatoarei segmentului  $[AB]$ .
- 5p 6. Calculați raza cercului circumscris triunghiului  $ABC$ , știind că  $BC = 9$  și  $m(\sphericalangle BAC) = 120^\circ$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră determinantul  $D(x, y) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & y \\ 1 & x+1 & y+1 \end{vmatrix}$ , unde  $x, y \in \mathbb{Z}$ .
- 5p a) Calculați  $D(-1, 1)$ .
- 5p b) Determinați  $x \in \mathbb{Z}$  pentru care  $D(x, 2010) = 1$ .
- 5p c) Demonstrați că  $D(x, y) \cdot D(x, -y) = D(x^2, y^2)$ , oricare ar fi  $x, y \in \mathbb{Z}$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = 2xy - 6x - 6y + 21$ .
- 5p a) Arătați că  $x * y = 2(x-3)(y-3) + 3$ , oricare ar fi  $x, y \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Arătați că legea „ $*$ ” este asociativă.
- 5p c) Calculați  $1 * 2 * \dots * 2011$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^3 + x^2 + x + 3^x$ .
- 5p a) Calculați  $f'(0)$ .
- 5p b) Arătați că funcția  $f$  este crescătoare pe  $\mathbb{R}$ .
- 5p c) Arătați că  $a^3 + a^2 + a - b^3 - b^2 - b \leq 3^b - 3^a$ , oricare ar fi numerele reale  $a, b$  cu  $a \leq b$ .
2. Pentru fiecare număr natural nenul  $n$  se consideră funcția  $f_n: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f_n(x) = x^n e^x$ .
- 5p a) Calculați  $\int_0^1 \frac{f_1(x)}{e^x} dx$ .
- 5p b) Calculați  $\int_0^1 f_1(x) dx$ .
- 5p c) Arătați că  $\int_0^1 f_n(x^2) dx \geq \frac{1}{2n+1}$ , pentru orice  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 1$ .