

Subiectul III -partea 1

Întrebare la BAC	Răspunsul candidatului	Calcul de făcut						
1. $f(x) = \begin{cases} \dots\dots\dots, x < x_0 \\ \dots\dots\dots, x \geq x_0 \end{cases}$ este continuă în x_0	Arătăm că $l_{st}(x_0) = l_{dr}(x_0) = f(x_0)$	$l_{st}(x_0) = \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x < x_0}} f(x) = \dots$; $l_{dr}(x_0) = \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x > x_0}} f(x) = \dots$; $f(x_0) = \dots$						
2. $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = ?$	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = f'(x_0)$ fiind definiția derivatei	Se calculează $f'(x)$ apoi se înlocuiește x cu x_0						
3. $f(x)$ este crescătoare $f(x)$ este descrescătoare	Arătăm că $f'(x) \geq 0$ (pozitivă) Arătăm că $f'(x) \leq 0$ (negativă)	Se justifică pozitivitatea (direct sau cu tabel de semn) Se justifică negativitatea (direct sau cu tabel de semn)						
4. Ecuația tangentei la grafic în punctul x_0	Ecuația cerută este: $y - f(x_0) = f'(x_0) \cdot (x - x_0)$	Se calculează $f'(x_0) = \dots$ Se calculează $f'(x_0)$ (ca la 2.), apoi înlocuim						
5. $f(x)$ este convexă $f(x)$ este concavă	Arătăm că $f''(x) \geq 0$ (pozitivă) Arătăm că $f''(x) \leq 0$ (negativă)	Se justifică pozitivitatea (direct sau cu tabel de semn) Se justifică negativitatea (direct sau cu tabel de semn)						
6. Ecuația asimptotei orizontale la ∞ (analog la $-\infty$) Ecuația asimptotei oblice la ∞ (analog la $-\infty$) Ecuația asimptotei verticale	Ecuația cerută este: $y = a$ Ecuația cerută este: $y = mx + n$ Ecuația cerută este: $x = b$	Se calculează $a = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \text{numar}$ Se calculează $m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \text{numar}$ $n = \lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - mx] = \text{numar}$ Se calculează b din $\lim_{x \rightarrow b} f(x) = \pm \infty$						
7. x_0 este punct de extrem	x_0 este rădăcina derivatei I și derivata își schimbă semnul în x_0	Rezolvă ecuația $f'(x) = 0 \Rightarrow x_0$ și întocmește tabelul de variație <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border: none;">x</td> <td style="border: none;">domeniul de def. și rădăcinile derivatei I</td> </tr> <tr> <td style="border: none;">$f'(x)$</td> <td style="border: none;">semnul derivatei I</td> </tr> <tr> <td style="border: none;">$f(x)$</td> <td style="border: none;">săgeți și valori ale funcției</td> </tr> </table>	x	domeniul de def. și rădăcinile derivatei I	$f'(x)$	semnul derivatei I	$f(x)$	săgeți și valori ale funcției
x	domeniul de def. și rădăcinile derivatei I							
$f'(x)$	semnul derivatei I							
$f(x)$	săgeți și valori ale funcției							
8. x_0 este punct de inflexiune	x_0 este rădăcina derivatei II și derivata II își schimbă semnul în x_0	Rezolvă ecuația $f''(x) = 0 \Rightarrow x_0$ și întocmește tabelul de semn <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border: none;">x</td> <td style="border: none;">domeniul de def. și rădăcinile derivatei II</td> </tr> <tr> <td style="border: none;">$f''(x)$</td> <td style="border: none;">semnul derivatei II</td> </tr> </table>	x	domeniul de def. și rădăcinile derivatei II	$f''(x)$	semnul derivatei II		
x	domeniul de def. și rădăcinile derivatei II							
$f''(x)$	semnul derivatei II							
9. Reguli de derivare $(f \pm g)' = f' \pm g'$ $(k \cdot f)' = k \cdot f'$ $(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$ $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$	Derivate simple directe $c' = 0$ $x' = 1$ $(x^2)' = 2x$; $(x^n)' = nx^{n-1}$ $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ $(e^x)' = e^x$; $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$ $(\ln x)' = \frac{1}{x}$	Derivate compuse directe $(u^2)' = 2u \cdot u'$; $(u^n)' = nu^{n-1} \cdot u'$ $(\sqrt{u})' = \frac{1}{2\sqrt{u}} \cdot u'$ $(e^u)' = e^u \cdot u'$; $(a^u)' = a^u \cdot \ln a \cdot u'$ $(\ln u)' = \frac{1}{u} \cdot u'$ $(\sin u)' = \cos u \cdot u'$; $(\cos u)' = -\sin u \cdot u'$						

Subiectul III -partea 2

Întrebare la BAC	Răspunsul candidatului	Calcul de făcut
1. $f(x) = \begin{cases} \dots\dots\dots, x < x_0 \\ \dots\dots\dots, x \geq x_0 \end{cases}$ admite primitive	Arătăm că $f(x)$ este continuă pe domeniu de definiție Pe $R - \{x_0\}$ este continuă, fiind elementară, și studiem în x_0	$l_{st}(x_0) = \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x < x_0}} f(x) = \dots$; $l_{dr}(x_0) = \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x > x_0}} f(x) = \dots$; $f(x_0) = \dots$ $l_{st}(x_0) = l_{dr}(x_0) = f(x_0)$
2. Arătați că $F(x)$ este primitiva funcției $f(x)$	Arătăm că $F'(x) = f(x)$	Se calculează $F'(x)$
3. $F(x)$ este crescătoare $F(x)$ este descrescătoare	Arătăm că $F'(x) \geq 0$ (pozitivă) Arătăm că $F'(x) \leq 0$ (negativă)	Se justifică pozitivitatea (direct sau cu tabel de semn) Se justifică negativitatea (direct sau cu tabel de semn)
4. Aflați mulțimea primitivelor funcției $f(x)$	Este vorba de aflarea primitivelor $F(x) = \int f(x)dx + c$	Se calculează obișnuit
5. $F(x)$ este convexă $F(x)$ este concavă	Arătăm că $F''(x) = f'(x) \geq 0$ (pozitivă) Arătăm că $F''(x) = f'(x) \leq 0$ (negativă)	Se justifică pozitivitatea (direct sau cu tabel de semn) Se justifică negativitatea (direct sau cu tabel de semn)
6. Aria suprafeței determinate de axa Ox, grafic și dreptele de ecuații $x = a$ și $x = b$	$A = \int_a^b f(x)dx$	Se calculează integrala
7. Volumul corpului determinat de axa Ox, grafic și $x \in [a, b]$	$V = p \cdot \int_a^b f^2(x)dx$	Se calculează integrala
Reguli de integrare $\int (f \pm g) = \int f \pm \int g$ $\int (k \cdot f) = k \cdot \int f$ Nu există $\int (f \cdot g) = ?$ $\int \frac{f}{g} = ?$	Integrale directe $\int dx = x$; $\int (f)' = f$ $\int c dx = cx$ $\int x dx = \frac{x^2}{2}$; $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$ $\frac{1}{x^p} = x^{-p}$; $\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$ $\int e^x dx = e^x$; $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a}$ $\int \frac{1}{x} dx = \ln x$	Metode de integrare 1. Prin părți $\int g' \cdot h = g \cdot h - \int g \cdot h'$ 2. Schimbare de variabilă $\int_a^b f(u(x)) \cdot u'(x) dx = \int_{u(a)}^{u(b)} f(t) dt$