

Aplica ii ale determinan ilor în geometrie

1.) Ecua ia dreptei determinate de 2 puncte

Fie punctele $A(x_1, y_1)$ i $B(x_2, y_2)$

Amintim (din clasa a X-a)c ecua ia dreptei determinat de A i B are ecua ia

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}, \text{ dac } x_1 \neq x_2, y_1 \neq y_2$$

$$x = x_1, \text{ dac } x_1 = x_2 \quad \underline{\text{dreapt vertical}}$$

$$y = y_1, \text{ dac } y_1 = y_2 \quad \underline{\text{dreapt orizontal}}$$

1. Scrieți ecuația dreptei care trece prin origine și prin punctul $A(x, y)$ în fiecare din cazurile:
- | | |
|--------------------|---------------------|
| a) $x = 1, y = 1;$ | b) $x = -1, y = 1;$ |
| c) $x = 2, y = 3;$ | d) $x = -2, y = 4.$ |

Amintim (din clasa a X-a)c distan a de la punctul $A(x_1, y_1)$, la dreapta de ecua ie : $ax + by + c = 0$ este:

$$dist = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Teorem :

Fie punctele $A(x_1, y_1)$ i $B(x_2, y_2)$, distincte.

Ecua ia dreptei AB este:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

2. Scrieți ecuația dreptei determinate de punctele:

- | | |
|-----------------------------|------------------------------|
| a) $A(1, 1)$ și $B(3, 3);$ | b) $C(3, 7)$ și $D(3, -1);$ |
| c) $E(2, 4)$ și $F(-6, 4);$ | d) $G(10, 0)$ și $H(-4, 0).$ |

2.) Condi ia de coliniaritate a 3 puncte

Teorem :

Fie punctele $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$, distincte.

Punctele **A, B i C sunt coliniare** \Leftrightarrow

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

3. Demonstrați că punctele $A(1, 3)$, $B(-2, 0)$ și $C(5, 7)$ sunt coliniare. Scrieți ecuația dreptei determinate de ele.

3.) Aria triunghiului ,determinat de 3 puncte

Teorem :

Fie punctele $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$, distincte i necoliniare.

Aria triunghiului ABC este:

$$A_{ABC} = \frac{|\Delta|}{2}, \quad \text{cu} \quad \Delta = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

4. a) Dacă ecuația dreptei care trece prin $A(2, -2)$ și $B(3, -3)$ este $x + my + n = 0$, calculați $m + n$.
b) Dacă $C(1, 1)$, aflați aria triunghiului ABC .

5. Fie $A(-1, 0)$ și $B(0, 3)$.
a) Determinați $C \in Ox$ știind că triunghiul ABC este dreptunghic în B .
b) Scrieți ecuațiile dreptelor AB și BC , pentru C determinat anterior.

c) Calculați aria triunghiului ABC .

6. Aflați valoarea lui $a \in \mathbb{R}$ astfel încât punctele $A(1, a)$, $B(2, 1)$ și $C(3, 0)$ să fie coliniare. Scrieți ecuația dreptei determinate de ele.
7. Demonstrați că punctele $A(1, 2)$, $B(3, 1)$ și $C(-1, 0)$ sunt necoliniare. Calculați aria triunghiului ABC .